

KARAR ANALİZİ

(Karar tabloları, Fayda)

Dr. Y. İlker TOPCU

www.ilkertopcu.net www.ilkertopcu.org www.ilkertopcu.info

facebook.com/yitopcu twitter.com/yitopcu

instagram.com/yitopcu

Dr. Özgür KABAK

web.itu.edu.tr/kabak/

GİRİŞ

- Tek boyutlu (tek kriterli) karar verme
- Tek aşamalı – Çok aşamalı karar verme
- Karar analizi sorunların çözümü için analitik ve sistematik bir yoldur
- İyi bir karar mantığa dayanır: mantıklı/rasyonel karar verici (KV)

KARAR ANALİZİNİN BİLEŞENLERİ

- KV'nin kontrolünde olmayan ve *doğanın sunduğu* gelecekte gerçekleşebilecek bir olası *olay* (*state of nature*)
- Farklı kararların / seçeneklerin değişik olaylar için getirilerini gösteren *ödemeler matrisi* / *karar tablosu* (*payoff matrix* / *decision table*)

KARAR ANALİZİNİN TEMEL ADIMLARI

1. Sorunun tanımlanması
2. Tüm olası seçeneklerin listelenmesi
3. Tüm olası olayların listelenmesi
4. Her seçeneğin her olay için elde edeceği ödemeleri (kar veya maliyet) gösteren karar tablosunun oluşturulması
5. Bir karar yönteminin (model) seçilmesi
6. Yöntemin uygulanması ve kararın verilmesi

KARAR VERME TIPLERİ

- Tip 1: Belirlilik Altında Karar Verme
 - KV her seçeneğin getirisini *kesin bir şekilde bilir*.
- Tip 2: Belirsizlik Altında Karar Verme
 - KV doğanın sunduğu olayların olasılıklarını *bilmez*. Aslında hiçbirşey bilmez!
- Tip 3: Risk Altında Karar Verme
 - KV doğanın sunduğu olayların olasılıklarını *bilir*.

BELİRLİLİK ALTINDA KARAR VERME

- Doğanın sunduğu olaylar yerine gerçek durumun ne olduğunu KV karar vermeden önce bilmektedir.
- En iyi seçim en yüksek getirisi olan seçeneđi seçmektir.

BELİRSİZLİK ALTINDA KARAR VERME

- İyimserlik (maximax)
- Kötümserlik (maximin)
- Uzlaşma kriteri (criterion of realism)
- Eşolasılık kriteri (equally likelihood)
- Pişmanlık (minimax)

KARAR TABLOSU / ÖDEMELER MATRİSİ

SEÇENEKLER	OLAYLAR	
	Yüksek Talep	Düşük Talep
Büyük fabrika kurma	\$200.000	-\$180.000
Küçük fabrika kurma	\$100.000	-\$20.000
Yatırım yapmama	\$0	\$0

İYİMSERLİK (MAKSİMAKS)

İyimserlik düzeyi (o) en büyük olan seçenek seçilir

$$o_k = \max_{i=1}^m \{o_i\} = \max_{i=1}^m \left\{ \max_{j=1}^n \{v_{ij}\} \right\}$$

SEÇENEKLER	OLAYLAR		o_i
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
Büyük fabrika kurma	200	-180	200
Küçük fabrika kurma	100	-20	100
Yatırım yapmama	0	0	0

KÖTÜMSERLİK (MAKSİMİN)

Güvenlik düzeyi (s) en büyük olan seçenek seçilir

$$s_k = \max_{i=1}^m \{s_i\} = \max_{i=1}^m \left\{ \min_{j=1}^n \{v_{ij}\} \right\}$$

SEÇENEKLER	OLAYLAR		s_i
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
Büyük fabrika kurma	200	-180	-180
Küçük fabrika kurma	100	-20	-20
Yatırım yapmama	0	0	0

UZLAŞMA (GERÇEKÇİLİK) KRİTERİ

Hurwicz iyimserlik-kötümserlik indeksi (α) kullanılmasını önermiştir.

İyimserlik ve güvenlik düzeylerinin ağırlıklı ortalaması en büyük olan seçenek seçilir

$$\max_{i=1}^m \{ \alpha o_i + (1 - \alpha) s_i \} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \text{ iken}$$

SEÇENEKLER	OLAYLAR		Uzlaşık değer
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
Büyük fabrika kurma	200	-180	$380\alpha - 180$
Küçük fabrika kurma	100	-20	$120\alpha - 20$
Yatırım yapmama	0	0	0

$\alpha = 0.8$ için değerler: **124, 76, 0**

UZLAŞMA (GERÇEKÇİLİK)

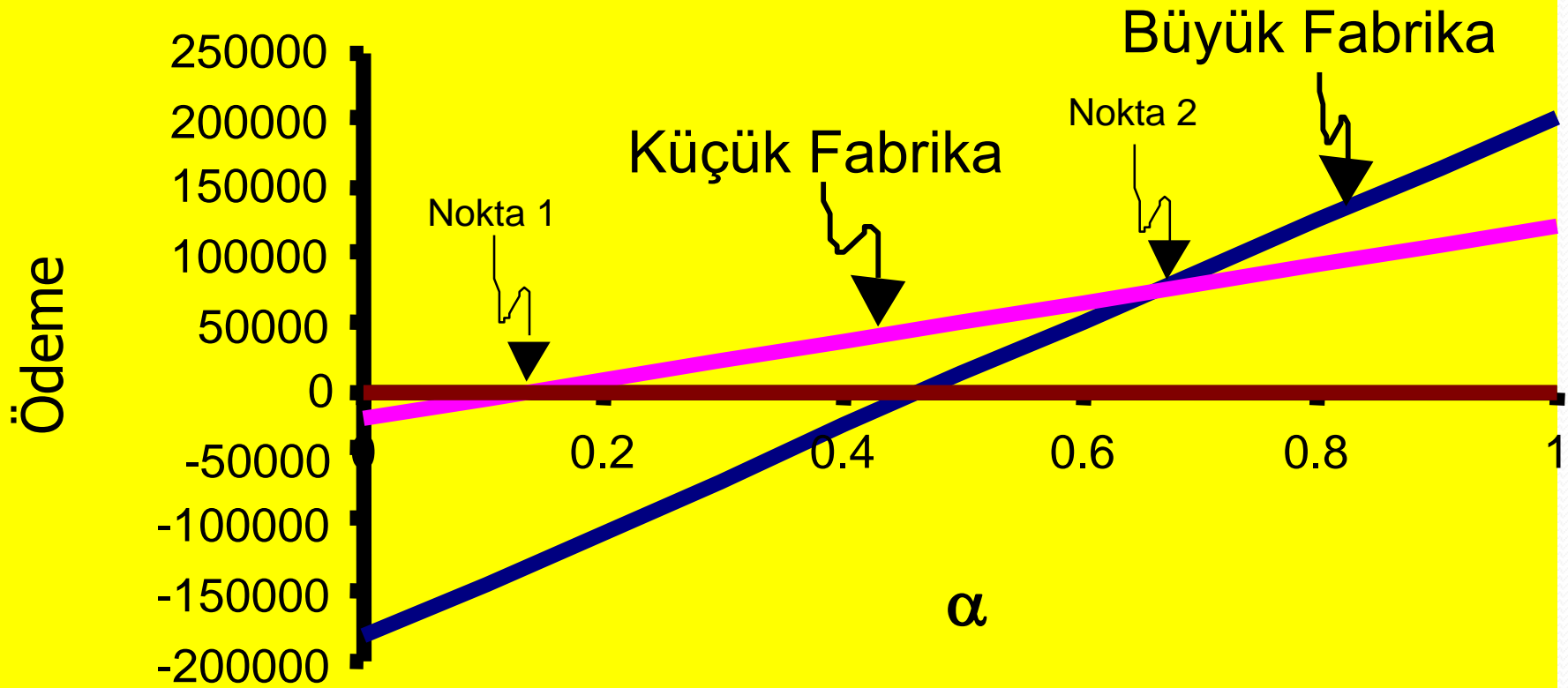
$$120\alpha - 20 = 0 \Rightarrow \alpha = 0.1667$$

$$380\alpha - 180 = 120\alpha - 20 \Rightarrow \alpha = 0.6154$$

$0 \leq \alpha \leq 0.1667 \Rightarrow$ “Yatırım yapma”

$0.1667 \leq \alpha \leq 0.6154 \Rightarrow$ “Küçük fabrika kur”

$0.6154 \leq \alpha \leq 1 \Rightarrow$ “Büyük fabrika kur”



EŞOLASILIK

Laplace “olaylar hakkında hiçbir şey bilmeme” ile “tüm olayların gerçekleşme olasılıklarınının eşit olması”nın eşdeğer olduğunu iddia etmiştir.

Satır ortalaması (beklenen değeri) en büyük olan seçenek seçilir

SEÇENEKLER	OLAYLAR		Satır ortalaması
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
Büyük fabrika kurma	200	-180	10
Küçük fabrika kurma	100	-20	40
Yatırım yapmama	0	0	0

PIŞMANLIK (MİNİMAKS)

Savage pişmanlığı (fırsat kaybını)

- *j olayının gerçek olay olması durumunda en iyi seçeneğin getirisi*
- *i seçeneğinin j olayı için getirisi*

arasındaki fark olarak tanımlamıştır.

En kötü (en büyük) pişmanlığı en küçük olan seçenek seçilir

<i>pişmanlık değerleri</i> SEÇENEKLER	OLAYLAR		Satır enbüyüğü
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
Büyük fabrika kurma	0	180	180
Küçük fabrika kurma	100	20	100
Yatırım yapmama	200	0	200

ÖRNEK İÇİN SONUÇLAR

YÖNTEM

- Maksimaks
- Maksimin
- Uzlaşma
- Eşolasılık
- Minimaks

KARAR

“Büyük fabrika kur”

“Yatırım yapma”

α 'ya bağlı

“Küçük fabrika kur”

“Küçük fabrika kur”

Uygun yöntem KV'nin kişilik ve düşünce tarzına bağlıdır.

Ek örnek

<i>Seçenekler</i>	<i>Olaylar</i>		
	<i>İyi pazar (TL)</i>	<i>Ort. pazar (TL)</i>	<i>Kötü pazar (TL)</i>
Büyük cafe	75,000	25,000	-40,000
Küçük cafe	100,000	35,000	-60,000
Cafe açmama	0	0	0

QM FOR WINDOWS İLE ÇÖZÜM

Objective: Profits (maximize) Costs (minimize)

Hurwicz Alpha:

Instruction: There are more results available in additional windows. These may be opened by using the WINDOW option in the Main Menu.

Decision Table Results

Real Estate Investment Example Solution

	Good	Poor	Row Min	Row Max	Hurwicz
Probabilities	0.	0.			
Apartment Building	50,000.	30,000.	30,000.	50,000.	40,000.
Office Building	100,000.	-40,000.	-40,000.	100,000.	30,000.
Warehouse	30,000.	10,000.	10,000.	30,000.	20,000.
		maximum	30,000.	100,000.	40,000.
			maximin	maximax	Best

The maximin is 30,000 given by Apartment Building
The maximax is 100,000 given by Office Building

	Good Regret	Poor Regret	Maximum Regret	Expected Regret
Probabilities	0.	0.		
Apartment Building	50,000.	0.	50,000.	0.
Office Building	0.	70,000.	70,000.	0.
Warehouse	70,000.	20,000.	70,000.	0.
Minimax regret			50,000.	

RİSK ALTINDA KARAR VERME

Olasılık

- Nesnel (objektif)
- Öznel (sübjektif)
- Beklenen (Parasal) Değer - *Expected (Monetary) Value*
Tam Bilginin Beklenen Değeri - *Exp. Value of Perfect Information*
- Beklenen Fırsat Kaybı - *Expected Opportunity Loss*
- Fayda Teorisi - *Utility Theory*
Belirlilik Eşdeğeri - *Certainty Equivalence*
Risk Primi - *Risk Premium*

OLASILIK

- ***Olasılık*** bir olayın gerçekleşmesi (ortaya çıkması) ile ilgili sayısal bir ifadedir.
- Herhangi bir olayın gerçekleşmesini gösteren P olasılığı 0'dan küçük veya 1'den büyük olamaz:
$$0 \leq P(\text{olay}) \leq 1$$
- Bir etkinliğin tüm olası çıktılarının basit olasılık toplamı 1'e eşittir.

NESNEL OLASILIK

Deney ve gözlemlere dayanılarak elde edilen olasılıktır.

- *Havaya atılan paranın tura gelme olasılığı*
- *Desteden çekilen iskambil kağıdının maça olma olasılığı*

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} n(A) / n$$

$P(A)$: A olayının gerçekleşme olasılığı

$n(A)$: bir A olayının gerçekleşme sayısı

n : bağımsız ve özdeş deney veya gözlem tekrarı sayısı

ÖZNEL OLASILIK

- Konu ile ilgili bir uzmanın olayların görelî oluşma olasılıkları hakkındaki yargı, inanç ve deneyimi ile var olan bilgilerin birleştirilmesine dayanılarak elde edilen olasılıktır.

ÖDEMELER MATRİSİ VE OLAYLARIN OLASILIKLARI

SEÇENEKLER	OLAYLAR	
	Yüksek Talep	Düşük Talep
<i>Olasılıklar</i>	% 60	% 40
Büyük fabrika kurma	200	-180
Küçük fabrika kurma	100	-20
Yatırım yapmama	0	0

BEKLENEN (PARASAL) DEĞER

Expected (monetary) value

Ağırlıklı satır ortalaması en büyük olan seçenek seçilir

$$BD(a_i) = \sum_j v_{ij} P(\theta_j)$$

SEÇENEKLER	OLAYLAR		BD
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
<i>Olasılıklar</i>	% 60	% 40	
Büyük fabrika kurma	200	-180	48
Küçük fabrika kurma	100	-20	52
Yatırım yapmama	0	0	0

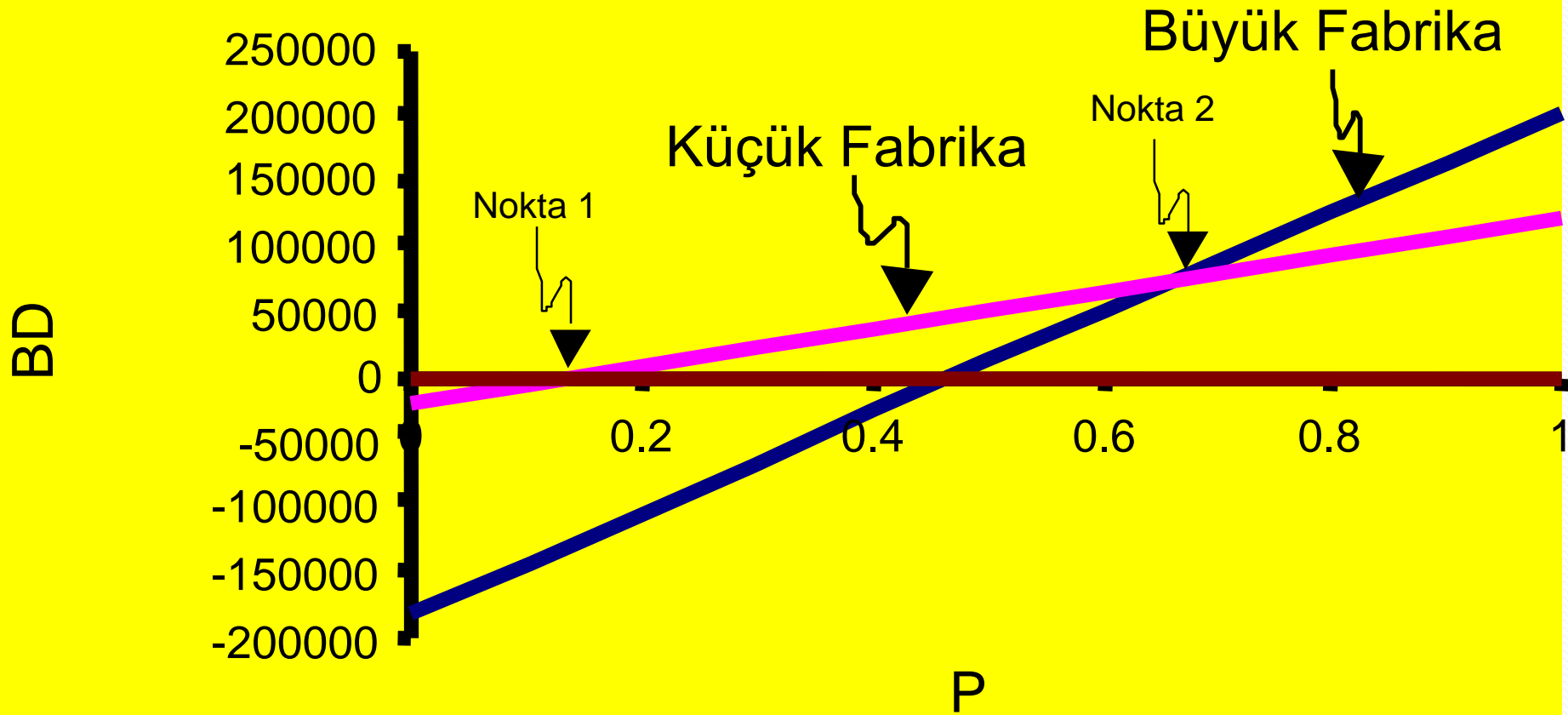
DUYARLILIK ANALİZİ

$$\text{BD (Büyük fabrika)} = 200 P - \$180 (1 - P)$$

$$\text{BD (Küçük fabrika)} = 100 P - 20 (1 - P)$$

$$\text{BD (Yatırım yapmama)} = 0 P + 0 (1 - P)$$

DUYARLILIK ANALİZİ



TAM BİLGİNİN BEKLENEN DEĞERİ

Expected Value of Perfect Information

- KV bir danışman yardımını veya daha fazla analiz ile tam bilgi elde ederse risk altında karar verme problemi belirlilik altında karar verme problemi haline gelir.
- Bu şekilde tamamen güvenilir bilgi elde etmeye değer mi: TBBD danışmanlık ücretinden (analiz maliyetinden) daha fazla mı?
- KV'nin ek bilgi için ödeyeceği en büyük miktar TBBD'dir.

TAM BİLGİNİN BEKLENEN DEĞERİ

TBBD, tam bilgi elde edilmesi sonucu oluşan beklenen parasal değerdeki artıştır

TBBD = Tam bilgi ile BD – Risk altında en büyük BD

SEÇENEKLER	OLAYLAR		Beklenen Değer
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
<i>Olasılıklar</i>	%60	%40	
Büyük fabrika kurma	200	-180	48
Küçük fabrika kurma	100	-20	52
Yatırım yapmama	0	0	0

Tam bilgi ile beklenen değer: $200 \cdot 0,6 + 0 \cdot 0,4 = 120$

Risk altında en büyük beklenen değer: 52

TBBD = $120 - 52 = 68$

BEKLENEN FIRSAT KAYBI

Expected Opportunity Loss

Pişmanlık matrisinde ağırlıklı satır ortalaması en küçük olan seçenek seçilir

$$BFK(a_i) = \sum_j r_{ij} P(\theta_j)$$

<i>pişmanlık değerleri</i> SEÇENEKLER	OLAYLAR		BFK
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
<i>Olasılıklar</i>	% 60	% 40	
Büyük fabrika kurma	0	180	72
Küçük fabrika kurma	100	20	68
Yatırım yapmama	200	0	120

Ek örnek

<i>Seçenekler</i>	<i>Olaylar</i>		
	<i>İyi pazar (TL)</i>	<i>Ort. pazar (TL)</i>	<i>Kötü pazar (TL)</i>
Büyük cafe	75,000	25,000	-40,000
Küçük cafe	100,000	35,000	-60,000
Cafe açmama	0	0	0
Olasılıklar	0.25	0.50	0.25

«Var mısın, yok musun» TV yarışması

- Yarışma içlerinde farklı paralar olan belirli sayıda çantanın (ya da kutunun) açılması üzerinedir.
- Tüm çantalardaki içeriklerin (parasal değerlerin) ne olduğu oyunun başında bilinmektedir ama hangi ödülün nerede olduğu belli değildir.
- Oyuna başlarken yarışmacı bir çanta seçer (ya da kendisine bir çanta atanır).
- Oyun sonuçlanana kadar çantanın içindeki ödülün ne olduğu belli olmaz.

«Var mısın, yok musun» TV yarışması

- Yarışmacı daha sonra oyun dışı bırakılacak çantaları seçmeye başlar.
- Seçtiği çantalar açılarak içindeki para miktarlarının ne olduğu görülür.
- Yarışma sırasında, önceden belirlenmiş sayıda çanta açıldıktan sonra, bankacı yarışmacıya bir para ödülü önererek oyunu bırakmasını önerir.
- Önerilen para oyundaki para miktarları ile yarışmacının tavırlarına göre belirlenir: banka yarışmacının çantasını çantadaki olası değerden daha düşük bir fiyata satın almayı dener.

«Var mısın, yok musun» TV yarışması

- Yarışmacıya "var mısın yok musun" diye sorulur ve bir yanıt vermesi istenir:
 - "Varım" derse bankanın önerisini kabul edip oyunu sonlandırır
 - "Yokum" derse öneriyi reddedip oyuna devam eder
- Bu süreç yeni çantaların açılması ve yeni tekliflerin alınması ile aşağıdaki durumlardan biri gerçekleşinceye kadar sürer
 - Ya oyuncu tekliflerden birini kabul edip "Varım" der,
 - Ya da tüm teklifleri reddeder ve kendi çantasındaki parayı alır.
- Oyunu uzatmak için, özellikle oyunun başlarında, bankerin önerileri beklenen değerden az olur.

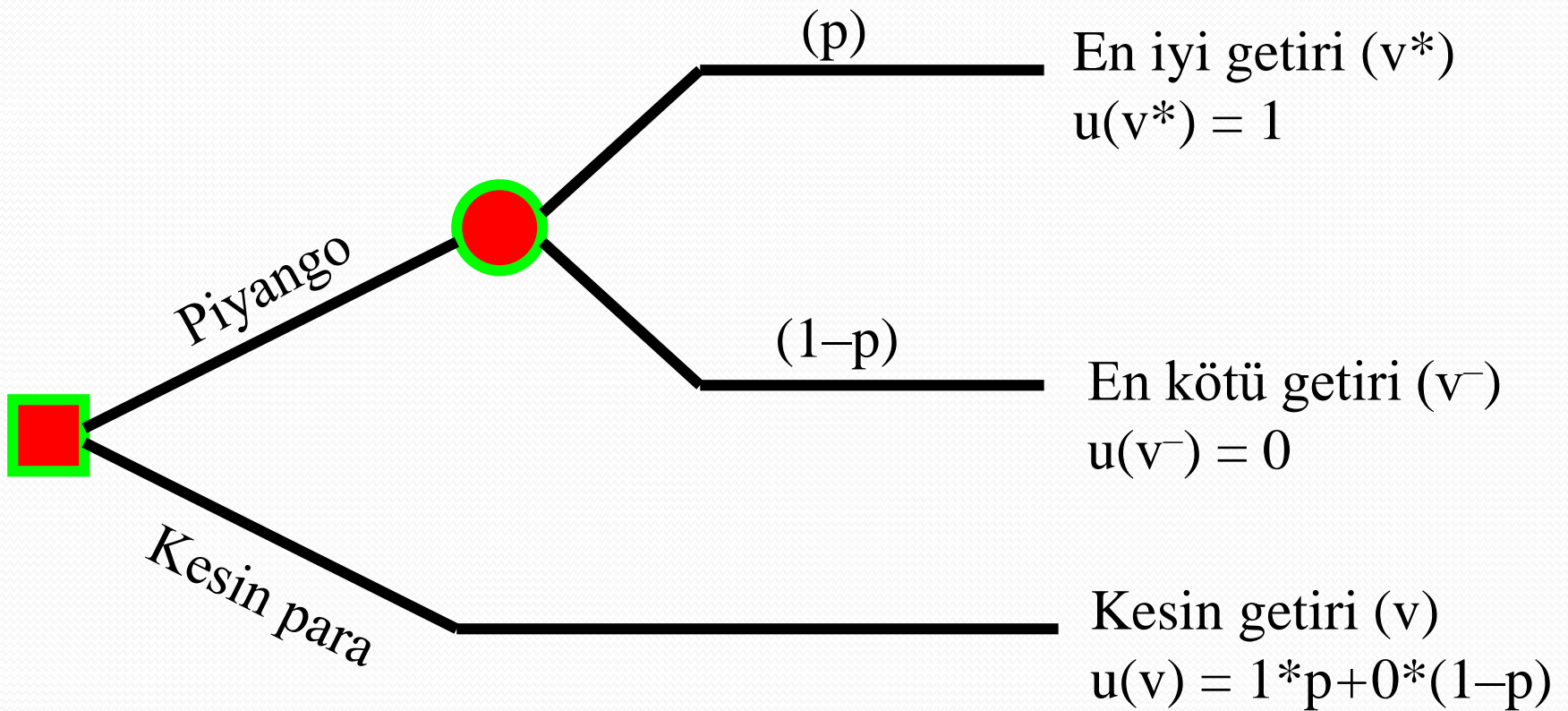
FAYDA TEORİSİ

Utility Theory

- Getiriler fayda değerlerine dönüştürülürken *en kötü getiriye 0* ve *en iyi getiriye 1* atanabilir.
- Fayda değerlerini belirlemek için *standart* bir kumar oyunu kullanılır: KV iki seçenek arasında *kayıtsız* ise seçeneklerin fayda değerleri *eşit* 'tir.
- *Beklenen fayda*'sı (expected utility) en büyük olan seçenek seçilir.

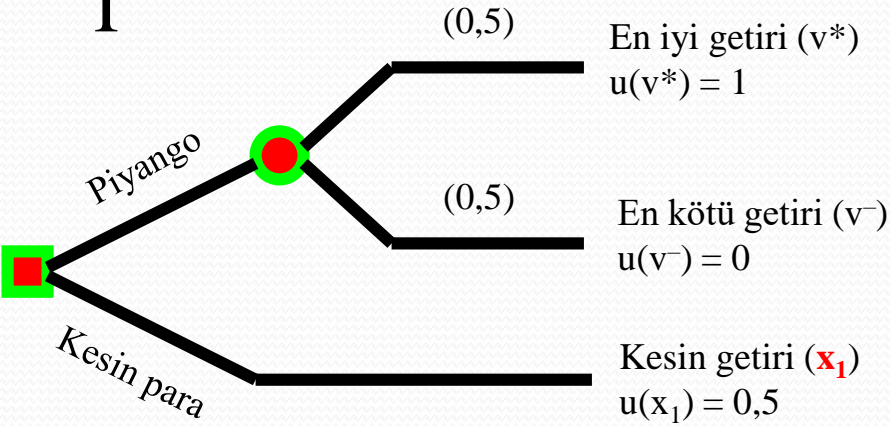
$$BF(a_i) = u(a_i) = \sum_j u(v_{ij}) P(\theta_j)$$

FAYDA BELİRLEME İÇİN STANDART KUMAR

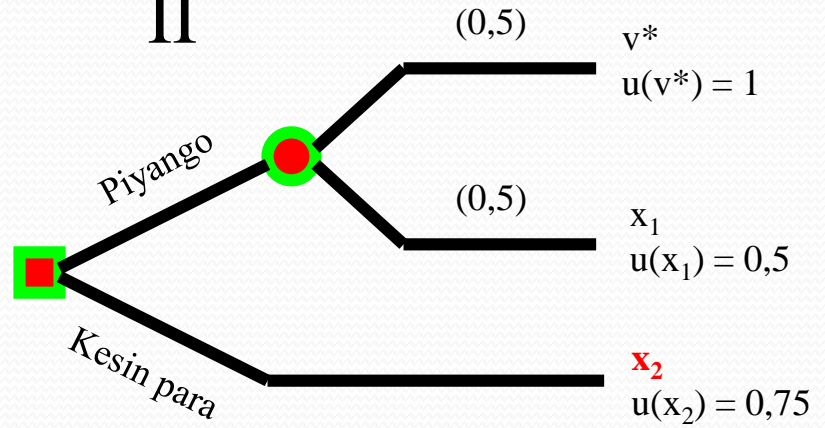


FAYDA BELİRLEME (1. YOL)

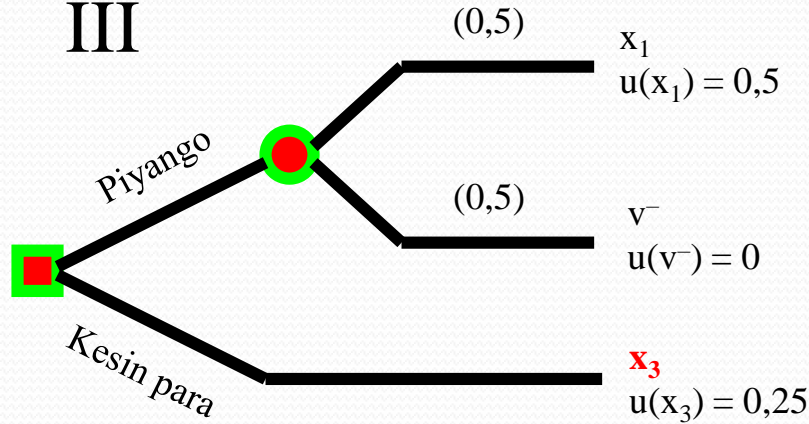
I



II



III



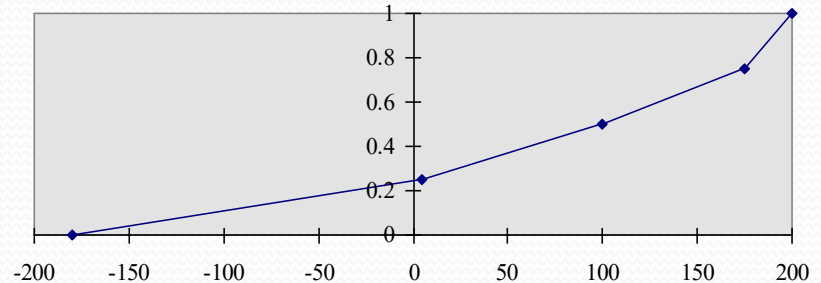
Örnekte:

$$u(-180) = 0 \text{ ve } u(200) = 1$$

$$x_1 = 100 \Rightarrow u(100) = 0,5$$

$$x_2 = 175 \Rightarrow u(175) = 0,75$$

$$x_3 = 5 \Rightarrow u(5) = 0,25$$



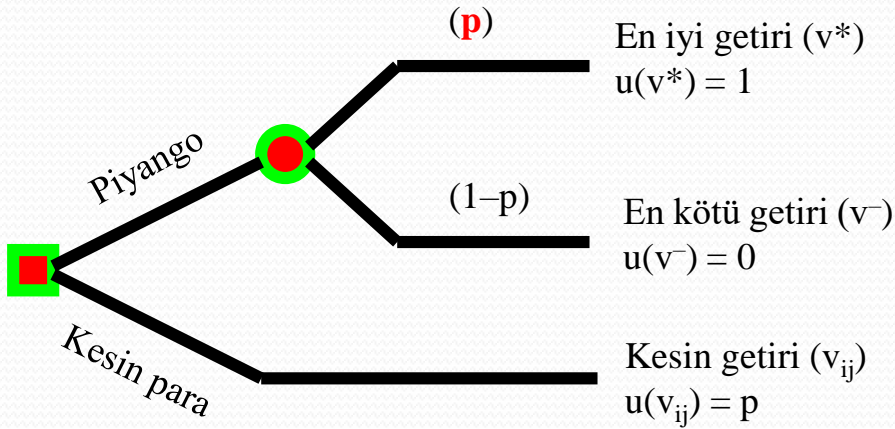
BEKLENEN FAYDA (ÖRNEK 1)

v_{ij}	$u(v_{ij})$
200	1
175	0,75
100	0,5
5	0,25
0	
-20	
-180	0

v_{ij}	$u(v_{ij})$
5	0,25
0	0,2432
-20	0,2162
-180	0

<i>fayda değerleri</i> SEÇENEKLER	OLAYLAR		Beklenen Fayda
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
<i>Olasılıklar</i>	% 60	% 40	
Büyük fabrika kurma	1	0	0,6
Küçük fabrika kurma	0,5	0,2162	0,3865
Yatırım yapmama	0,2432	0,2432	0,2432

FAYDA BELİRLEME (2. YOL)



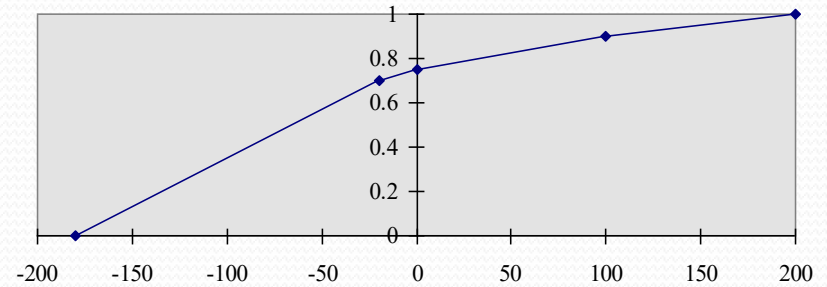
Örnekte:

$$u(-180) = 0 \text{ ve } u(200) = 1$$

$$v_{ij} = -20, p = \%70 \Rightarrow u(-20) = 0,7$$

$$v_{ij} = 0, p = \%75 \Rightarrow u(0) = 0,75$$

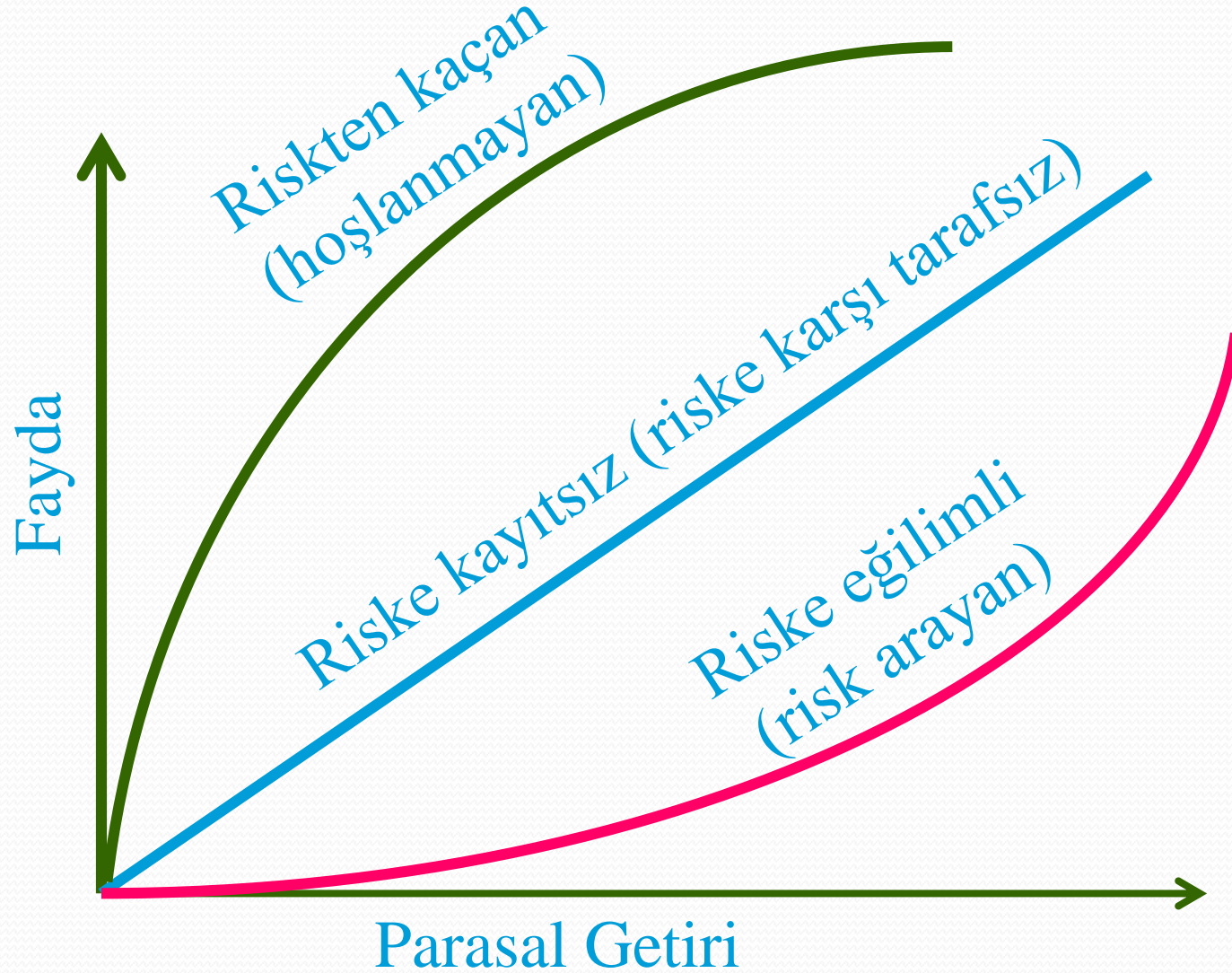
$$v_{ij} = 100, p = \%90 \Rightarrow u(100) = 0,9$$



BEKLENEN FAYDA (ÖRNEK 2)

<i>fayda değerleri</i> SEÇENEKLER	OLAYLAR		Beklenen Fayda
	Yüksek Talep	Düşük Talep	
<i>Olasılıklar</i>	%60	%40	
Büyük fabrika kurma	1	0	0,6
Küçük fabrika kurma	0,9	0,7	0,82
Yatırım yapmama	0,75	0,75	0,75

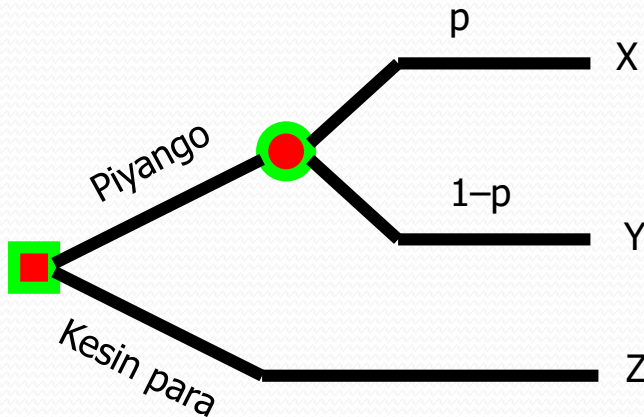
RİSK TERCİHLERİ



BELİRLİLİK EŞDEĞERİ

Certainty Equivalence

- Eğer KV piyango ile kesin para seçimi arasında kayıtsızsa, kesin para piyango'nun belirlilik eşdeğerini (BE) verir
- Z piyango'nun belirlilik eşdeğeri ise $Y \geq Z \geq X$:



RİSK PRİMİ

Risk Premium

- Bir piyango'nun BD'si ile BE'si arasındaki fark piyango'nun risk primi'dir (RP)
 - KV riskten kaçıyor (hoşlanmıyorsa) $\rightarrow RP > 0$
Piyango yerine piyango'nun BD'sine eşit olan kesin parayı seçer
 - KV riske eğilimli ise (risk arıyorsa) $\rightarrow RP < 0$
Piyango'nun BD'sine eşit olan kesin para yerine piyangoyu seçer
 - KV riske kayıtsız ise $\rightarrow RP = 0$
Piyango ile piyango'nun BD'sine eşit olan kesin para arasında kayıtsız